УДК 629.3.025.2(045)

О.А. Сущенко, к.т.н., доц.

СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ КОМБІНОВАНОЇ РОБАСТНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ З УРАХУВАННЯМ ЗОВНІШНІХ КООРДИНАТНИХ ЗБУРЕНЬ

Національний авіаційний університет
E-mail: sushoa@ukr.net

Розглянуто основні підходи до проектування комбінованих робастних систем управління. Визначено критерій оптимізації. Отримано вираз для передавальної функції узагальненої системи з урахуванням зовнішніх координатних збурень.

Ключові слова: зовнішні координатні збурення, комбіновані робастні системи.

Постановка проблеми

Для стабілізації, наведення та стеження під час експлуатації рухомих об’єктів використовують системи управління широкого класу. Такі системи проектуються в умовах невизначеності з урахуванням:

- неточностей математичного опису;
- змінювання параметрів під час експлуатації;
- дії зовнішніх координатних збурень.

Одним із сучасних підходів до розв’язання цієї проблеми є проектування робастних систем, здатних забезпечувати стійкість та підтримувати показники якості системи в допустимих межах в умовах дії як параметричних структурованих, так і зовнішніх координатних збурень.

Звичайно управління такими системами може здійснюватися за сигналом похибки, тобто різницею між командним та вихідним сигналами, але в цьому випадку важко забезпечити високі точнісні характеристики проектованої системи.

Розв’язання проблем точного наведення та стеження, актуальних для багатьох прикладних застосувань, може здійснюватися на підставі комбінованого управління, коли поряд з управлінням за похибкою використовується управління за задавальним впливом [1].

Відповідно система характеризується наявністю двох регуляторів, які реалізують управління за прямим та зворотним зв’язками.

Дотепер існує проблема урахування зовнішніх координатних збурень.

Аналіз досліджень та публікацій

Серед сучасних підходів до проектування робастних систем можна виділити H_∞-синтез, запропонований у праці [2], де проблема проектування формулюється як проблема математичної оптимізації, спрямованої на пошук субоптимального робастного регулятора.

Особливості проектування робастних систем висвітлено у праці [3].

Алгоритм проектування комбінованої робастної системи з двома регуляторами за прямими та зворотними зв’язками з урахуванням параметричних збурень наведено у праці [4].

Мета роботи – дослідження можливостей проектування комбінованої робастної системи з урахуванням зовнішніх координатних збурень.

Алгоритм розв’язання задачі субоптимального H_∞-синтезу

Проблема проектування робастного регулятора заснована на мінімізації H_∞-норми передавальної функції узагальненої системи, яка містить об’єкт $\mathbf{G}$ і регулятор $\mathbf{K}$. Ця передавальна функція $\mathbf{T}_w^z$ визначається від вектора входів $\mathbf{w}$ до вектора виходів $\mathbf{z}$, який характеризує якість системи [3]. Крім того, узагальнена система характеризується вектором управління $\mathbf{u}$ і спостереження $\mathbf{y}$.

Сучасну постановку проблеми H_∞-синтезу [2] засновано на поданні системи управління як з’єднання узагальненого об’єкта управління $\mathbf{P}$ та регулятора $\mathbf{K}$ і введенні узагальнених сигналів входу $\mathbf{w}$, спостереження $\mathbf{z}$, управління $\mathbf{u}$, виходу $\mathbf{y}$.

Рішення цієї проблеми засновано на розв’язанні двох рівнянь Ріккаті та перевірці низки умов.

Поняття H_∞-норми має декілька інтерпретацій, які роблять її корисною для використання у прикладних застосуваннях.

У загальному випадку H_∞-норма характеризує верхню границю максимального сингулярного числа матриці передавальних функцій замкненої системи [4]:

$$\left\|\mathbf{T}_w^z\right\|_\infty = \sup_\omega \max \sigma(\mathbf{T}_w^z(j\omega)) .$$

Поширене використання H_∞-норми у задачах робастного управління зумовлюється тим, що вона добре репрезентує неструктуровану невизначеність та має властивість мультиплікативності [4]:

$$\| A \cdot B \|_\infty \le \| A \|_\infty \cdot \| B \|_\infty .$$

Постановка задачі H_∞-синтезу може бути сформульована в такий спосіб.

Для узагальненого об'єкта управління

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix}$$

потрібно знайти стабілізуючий регулятор зворотного зв'язку, що реалізує закон управління

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{y}$$

та мінімізує H_∞-норму матричної передавальної функції замкненої системи:

$$\mathbf{T}_w^z = \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12}(\mathbf{I} - \mathbf{K}\mathbf{P}_{22})^{-1}\mathbf{K}\mathbf{P}_{21}.$$

У багатьох прикладних застосуваннях доцільно здійснювати пошук субоптимального регулятора, для якого H_∞-норма матричної передавальної функції замкненої системи має не перевищувати деяке задане позитивне число γ.

Процедуру визначення H_∞-субоптимального регулятора наведено у праці [4].

Синтез комбінованої робастної системи

Проектування робастних систем може здійснюватись у різний спосіб. Відповідно до праці [5] можливе використання робастної стабілізації та задання параметричних збурень за допомогою нормалізованої взаємно простої факторизації. В його основу покладено процедуру H_∞-синтезу, засновану на формуванні бажаних частотних характеристик системи на підставі розширення передавальної функції розімкненої системи.

Об'єкт управління, розширений за допомогою прекомпенсаторів та посткомпенсаторів, формується так, щоб частотні характеристики розімкненої системи задовольняли вимоги, що надаються до замкненої системи. Далі синтезується H_∞-оптимальний робастний регулятор, який забезпечує стійкість системи.

Для розв'язання задач точного наведення і стеження необхідно використовувати комбіновані системи, до складу яких входять регулятори за прямими та зворотними зв'язками.

У праці [6] подано розширення процедури [5] на проектування комбінованих робастних систем.

Перевагами розширеного методу є забезпечення робастної стабілізації та врахування параметричних збурень. Але в багатьох прикладних застосуваннях велике значення має вплив зовнішніх збурень певної природи, що діють на об'єкт управління.

Для систем, призначених для експлуатації на наземних рухомих об'єктах, найбільш вагомими є збурення, зумовлені нерівностями рельєфу дороги або місцевості.

Для систем, призначених для експлуатації на морських рухомих об'єктах, характерні збурення, зумовлені морським хвилюванням. Ці зовнішні збурення доцільно задавати як зовнішні моменти, що надходять на вхід об'єкта.

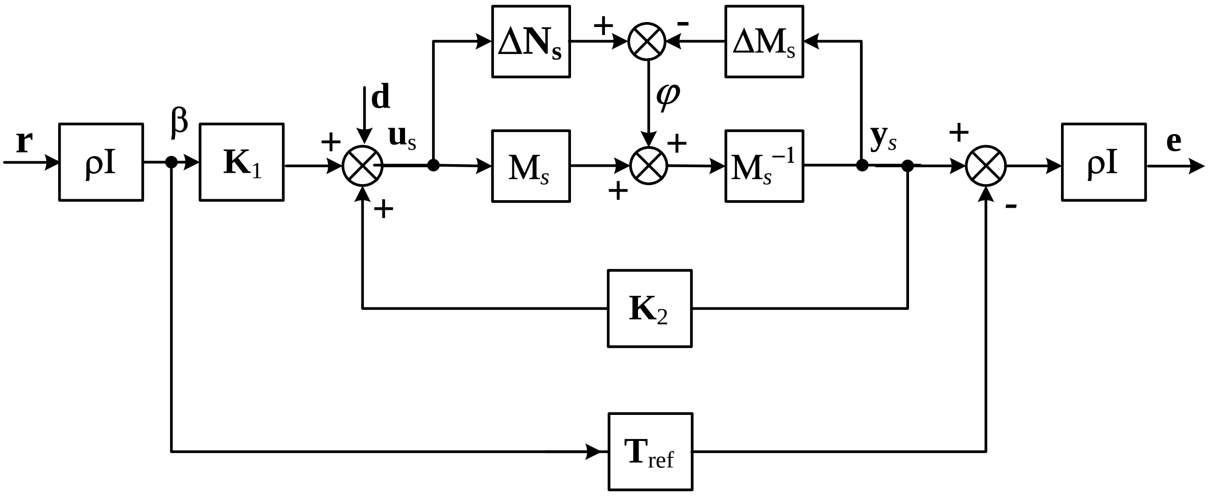
Структурну схему комбінованої робастної системи з урахуванням дії зовнішніх координатних та параметричних структурованих збурень показано на рисунку.

Проблема проектування комбінованої робастної системи може бути зведена до постановки проблеми H_∞-синтезу і розв'язана за допомогою γ-ітерацій.

У процесі H_∞-синтезу здійснюється пошук регулятора, який забезпечує мінімізацію H_∞-норми передавальної функції системи із вхідними та вихідними сигналами.

Зв'язок між вхідними та вихідними сигналами замкненої системи може бути визначений так:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_s \\ \mathbf{y}_s \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(\mathbf{I} - \mathbf{K}_2\mathbf{G}_s)^{-1}\mathbf{K}_1 & \mathbf{K}_2(\mathbf{I} - \mathbf{K}_2\mathbf{G}_s)^{-1}\mathbf{G}_d & \mathbf{K}_2(\mathbf{I} - \mathbf{K}_2\mathbf{G}_s)^{-1}\mathbf{M}_s^{-1} \\ \rho(\mathbf{I} - \mathbf{G}_s\mathbf{K}_2)^{-1}\mathbf{G}_s\mathbf{K}_1 & (\mathbf{I} - \mathbf{K}_2\mathbf{G}_s)^{-1}\mathbf{G}_d & (\mathbf{I} - \mathbf{K}_2\mathbf{G}_s)^{-1}\mathbf{M}_s^{-1} \\ \rho^2[(\mathbf{I} - \mathbf{G}_s\mathbf{K}_2)^{-1}\mathbf{G}_s\mathbf{K}_1 - \mathbf{T}_{ref}] & \rho(\mathbf{I} - \mathbf{K}_2\mathbf{G}_s)^{-1}\mathbf{G}_d & \rho(\mathbf{I} - \mathbf{K}_2\mathbf{G}_s)^{-1}\mathbf{M}_s^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\varphi} \end{bmatrix} \quad (1)$$



Комбінована робастна система з урахуванням дії зовнішніх координатних збурень:
$\mathbf{K}_1$ – префільтр;
$\mathbf{K}_2$ – контролер зворотного зв'язку;
$\boldsymbol{\beta}$ – масштабований еталонний сигнал;
$\mathbf{y}$ – вимірюваний вихідний сигнал

або

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{w},$$

де $\boldsymbol{\Phi}$ – матрична передавальна функція замкненої системи.

Матриця (1) містить функції чутливості за задавальним впливом, координатними зовнішніми та параметричним структурованим збуреннями, а її H_∞-норма є критерієм оптимізації задачі структурного синтезу комбінованої робастної системи.

Для використання сучасних автоматизованих засобів H_∞-синтезу необхідно визначити матрицю узагальненої системи $\mathbf{P}$. Для цього можна застосовувати співвідношення між вхідними та вихідними сигналами розімкненої системи:

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{I}\mathbf{u}_s;$$

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{G}_d\mathbf{d} + \mathbf{M}_s^{-1}\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{G}_s\mathbf{u}_s;$$

$$\mathbf{e} = -\rho^2\mathbf{T}_{ref}\mathbf{r} + \rho\mathbf{G}_d\mathbf{d} + \rho\mathbf{M}_s^{-1}\boldsymbol{\varphi} + \rho\mathbf{G}_s\mathbf{u}_s; \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\beta} = \rho\mathbf{I}\mathbf{r};$$

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{G}_d\mathbf{d} + \mathbf{M}_s^{-1}\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{G}_s\mathbf{u}_s.$$

На підставі співвідношень (2) матриця узагальненої системи набуває вигляду

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_d & \mathbf{M}_s^{-1} & \mathbf{G}_s \\ -\rho^2\mathbf{T}_{ref} & \rho\mathbf{G}_d & \rho\mathbf{M}_s^{-1} & \rho\mathbf{G}_s \\ \rho\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_d & \mathbf{M}_s^{-1} & \mathbf{G}_s \end{bmatrix},$$

де

$$\mathbf{P}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_d & \mathbf{M}_s^{-1} \\ -\rho^2\mathbf{T}_{ref} & \rho\mathbf{G}_d & \rho\mathbf{M}_s^{-1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{12} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_s \\ \rho\mathbf{G}_s \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{21} = \begin{bmatrix} \rho\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{G}_d & \mathbf{M}_s^{-1} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{P}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_s \end{bmatrix}.$$

Тоді рівняння зв'язку між вихідними та вхідними сигналами набувають вигляду

$$\begin{bmatrix}\mathbf{u}_s\\ \mathbf{y}_s\\ \mathbf{e}\\ \boldsymbol{\beta}\\ \mathbf{y}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12}\\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{r}\\ \mathbf{d}\\ \boldsymbol{\varphi}\\ \mathbf{u}_s\end{bmatrix}$$

або

$$\begin{bmatrix}\mathbf{z}\\ \mathbf{y}_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12}\\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{w}\\ \mathbf{u}\end{bmatrix}.$$

У деяких випадках для проведення процедури H_∞-синтезу необхідно використовувати математичний опис узагальненої системи у просторі станів. Для цього необхідно визначити описи у просторі станів для розширеного ваговими передавальними функціями об'єкта $\mathbf{G}_s$ і еталонної моделі $\mathbf{T}_{ref}$ та доповнити рівняння виходу та спостереження (2) рівняннями стану розширеного об'єкта та еталонної моделі.

Отже, рівняння стану, виходу та спостереження узагальненої системи набувають вигляду

$$\begin{aligned}
&\dot{\mathbf{x}}_s=\mathbf{A}_s\mathbf{x}_s+\mathbf{B}_d\mathbf{d}-\mathbf{B}_{M_s^{-1}}\boldsymbol{\varphi}+\mathbf{B}_s\mathbf{u};\\
&\dot{\mathbf{x}}_r=\mathbf{A}_r\mathbf{x}_r+\mathbf{B}_r\mathbf{x}_r;\\
&\mathbf{u}_s=\mathbf{I}\mathbf{u}_s;\\
&\mathbf{y}_s=\mathbf{C}_s\mathbf{x}_s+\mathbf{D}_d\mathbf{d}+\mathbf{D}_{M_s^{-1}}\boldsymbol{\varphi}+\mathbf{D}_s\mathbf{u}_s; \qquad (3)\\
&\mathbf{e}=\rho\mathbf{C}_s\mathbf{x}_s-\rho^2\mathbf{C}_r\mathbf{x}_r-\rho^2\mathbf{D}_r r+\rho\mathbf{D}_d\mathbf{d}+\\
&+\rho\mathbf{D}_{M_s^{-1}}\boldsymbol{\varphi}+\rho\mathbf{D}_s\mathbf{u}_s;\\
&\boldsymbol{\beta}=\rho\mathbf{I}\mathbf{r};\\
&\mathbf{y}_s=\mathbf{C}_s\mathbf{x}_s+\mathbf{D}_d\mathbf{d}+\mathbf{D}_{M_s^{-1}}\boldsymbol{\varphi}++\mathbf{D}_s\mathbf{u}_s.
\end{aligned}$$

де $\mathbf{A}_s,\mathbf{B}_s,\mathbf{C}_s,\mathbf{D}_s$ – складові узагальненого об'єкта управління у просторі станів;

$\mathbf{A}_r,\mathbf{B}_r,\mathbf{C}_r,\mathbf{D}_r$ – складові еталонної моделі у просторі станів.

Крім того, слід урахувати, що розширений об'єкт поданий як результат факторизації

$$\mathbf{G}_s=\mathbf{N}_s\mathbf{M}_s^{-1}.$$

Мінімальна реалізація розширеного об'єкта після факторизації може бути визначена так [4]:

$$[\mathbf{N}_s \quad \mathbf{M}_s]=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_s+\mathbf{H}\mathbf{C}_s & \mathbf{B}_s+\mathbf{H}\mathbf{D}_s & \mathbf{H}\\ \mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{C}_s & \mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{D}_s & \mathbf{R}^{-1/2}\end{bmatrix}, \qquad (4)$$

де

$$\begin{aligned}
&\mathbf{A}=[\mathbf{A}_s+\mathbf{H}\mathbf{C}_s];\\
&\mathbf{B}=[\mathbf{B}_s+\mathbf{H}\mathbf{D}_s \quad \mathbf{H}];\\
&\mathbf{C}=[\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{C}_s];\\
&\mathbf{D}=[\mathbf{R}^{-1/2}\mathbf{D}_s \quad \mathbf{R}^{-1/2}];\\
&\mathbf{H}=:-(\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}}+\mathbf{Z}\mathbf{C}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{R}^{-1};\\
&\mathbf{R}=:\mathbf{I}+\mathbf{D}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}}.
\end{aligned}$$

Математичний опис у просторі станів для зворотної матриці $\mathbf{G}_s^{-1}$ є таким [4]:

$$\mathbf{G}_s^{-1}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_s-\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{-1}\mathbf{C}_s & \mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{-1}\\ -\mathbf{D}_s^{-1}\mathbf{C}_s & \mathbf{D}_s^{-1}\end{bmatrix}, \qquad (5)$$

де

$$\begin{aligned}
&\mathbf{A}=[\mathbf{A}_s-\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{-1}\mathbf{C}_s];\\
&\mathbf{B}=[\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{-1}];\\
&\mathbf{C}=[-\mathbf{D}_s^{-1}\mathbf{C}_s];\\
&\mathbf{D}=[\mathbf{D}_s^{-1}].
\end{aligned}$$

З виразу (4) виходить:

$$\mathbf{D}_{M_s}=\mathbf{R}^{-1/2}.$$

Тоді матриця $\mathbf{D}_{M_s^{-1}}$ відповідно до виразу (5) визначатиметься як

$$\mathbf{D}_{M_s^{-1}}=\left(\mathbf{R}^{-1/2}\right)^{-1}=\mathbf{R}^{1/2}.$$

Складова матриці (4)

$$\mathbf{B}_{M_s}=\mathbf{H}_s=-(\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}}+\mathbf{Z}_s\mathbf{C}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{R}^{-1}$$

з урахуванням матриці (5) набуває вигляду

$$\mathbf{B}_{M_s^{-1}}=\mathbf{H}_s(\mathbf{R}^{-1/2})^{-1}=$$

$$=-(\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}}+\mathbf{Z}_s\mathbf{C}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{R}^{-1}\mathbf{R}^{1/2}.$$

Отже, остаточно сукупність рівнянь стану, виходу та спостереження (3) стає такою:

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{B}_d\mathbf{d} - (\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}} + \mathbf{Z}_s\mathbf{C}_s^{\mathrm{T}})\mathbf{R}_s^{-1/2}\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{B}_s\mathbf{u};$$

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{A}_r\mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r\mathbf{x}_r;$$

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{I}\mathbf{u}_s;$$

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{C}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{D}_d\mathbf{d} + \mathbf{R}_s^{1/2}\boldsymbol{\varphi} + +\mathbf{D}_s\mathbf{u}_s;$$

$$\mathbf{e} = \rho\mathbf{C}_s\mathbf{x}_s - \rho^2\mathbf{C}_r\mathbf{x}_r - \rho^2\mathbf{D}_r r + \rho\mathbf{D}_d\mathbf{d} +$$

$$+ \rho\mathbf{R}_s^{1/2}\boldsymbol{\varphi} + \rho\mathbf{D}_s\mathbf{u}_s;$$

$$\boldsymbol{\beta} = \rho\mathbf{I}\mathbf{r};$$

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{C}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{D}_d\mathbf{d} + \mathbf{R}_s^{1/2}\boldsymbol{\varphi} + +\mathbf{D}_s\mathbf{u}_s.$$

Складові та власне матриця узагальненої системи набувають вигляду

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_s & \mathbf{0} \\ \rho\mathbf{C}_s & -\rho^2\mathbf{C}_r \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_s & \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_d & \mathbf{R}_s^{1/2} \\ -\rho^2\mathbf{D}_r & \mathbf{0} & \rho\mathbf{R}_s^{1/2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_{12} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{D}_s \\ \rho\mathbf{D}_s \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}_{21} = \begin{bmatrix} \rho\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_d & \mathbf{R}_s^{1/2} \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{D}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_s \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_r \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B}_d & (\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}} + \mathbf{Z}_s\mathbf{C}_s^{T})\mathbf{R}_s^{-1/2} \\ \mathbf{B}_r & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_s \\ \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

Матриця узагальненої системи $\mathbf{P}$ може бути використана в алгоритмі H_∞-синтезу, який підтримується засобами розширеного пакету Robust Control, що входить до системи MATLAB, а саме функцією hinfopt.

Ця функція знаходить рівняння регулятора, які мінімізують H_∞-норму замкненої системи шляхом пошуку оптимального значення γ.

У практичних ситуаціях необхідно проводити узгодження коефіцієнта підсилення системи для забезпечення її стійкості.

Для цього командні сигнали $\mathbf{r}$ можуть бути масштабовані матрицею-константою $\mathbf{W}_i$, яка забезпечує узгодження замкненого контуру від командного сигналу $\mathbf{r}$ до керованого виходу $\mathbf{W}_o\mathbf{y}$ з бажаною моделлю $\mathbf{T}_{ref}$ саме в усталеному стані.

Таке узгодження не гарантується розв'язанням проблеми оптимізації, мета якої – мінімізація похибки стеження.

Необхідний коефіцієнт масштабування визначається виразом [4]

$$\mathbf{W}_i = [\mathbf{W}_o(\mathbf{I} - \mathbf{G}_s(0)\mathbf{K}_2(0))^{-1} \times$$
$$\times \mathbf{G}_s(0)\mathbf{K}_1(0)]^{-1}\mathbf{T}_{ref}(0). \tag{5}$$

У виразі (5) $\mathbf{W}_o = \mathbf{I}$ за умови збігу кількості вимірюваних та керованих вихідних сигналів.

Остаточно регулятор системи визначатиметься виразом

$$\mathbf{K} = [\mathbf{K}_1\mathbf{W}_i\ \mathbf{K}_2].$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B}_d & (\mathbf{B}_s\mathbf{D}_s^{\mathrm{T}} + \mathbf{Z}_s\mathbf{C}_s^{T})\mathbf{R}_s^{-1/2} & \mathbf{B}_s \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_r & \mathbf{B}_r & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{C}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_d & \mathbf{R}_s^{1/2} & \mathbf{D}_s \\ \rho\mathbf{C}_s & -\rho^2\mathbf{C}_r & -\rho^2\mathbf{D}_r & \mathbf{0} & \rho\mathbf{R}_s^{1/2} & \rho\mathbf{D}_s \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \rho\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_d & \mathbf{R}_s^{1/2} & \mathbf{D}_s \end{bmatrix}.$$

Висновки

Визначено можливості структурного синтезу комбінованої робастної системи з урахуванням дії зовнішніх координатних збурень.

Визначено критерій оптимізації поставленої задачі.

Показано шляхи отримання математичного опису узагальненої системи у просторі станів.

Література

1. *Бесекерский В.А.* Теория систем автоматического регулирования / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. – М.: Наука, 1975. – 768 с.

2. *Glover K.* State Space Formulae for All Stabilizing Controllers that Satisfy an H_∞- norm Bound and Relations to Risk Sensitivity / K. Glover, J. Doyle // Systems and Control Letters. – 1988. – Vol. 11. – P. 167–172.

3. *Gu D.* Robust control design with MATLAB / D. Gu, P. Petkov, M. Konstantinov. – London: Springer-Verlag, 2005. – 389 p.

4. *Skogestad S.* Multivariable Feedback Control / S. Skogestad, I. Postlethwaite. – New York: Jonh Wiley, 1997. – 559 p.

5. *Glover K.* Robust stabilization of normalized coprime factor plant descriptions with H_∞ bounded uncertainty / K. Glover, D. McFarlane // IEEE Trans. on Automatic Control. – 1989. – Vol. 34. N 8. – P. 821–830.

6. *Hoyle D.* An approach to two degree of freedom design / D. Hoyle, R.A. Hyde, D.J.N. Limebeer // Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control. – 1991. – Brighton (UK). – P. 1581–1585.

Стаття надійшла до редакції 06.07.2012.